中 山 大 学

2017 年攻读硕士学位研究生入学考试试题

科目代码：604

科目名称：数学二（单考）

考试时间：2016 年 12 月 25 日 上 午

考 生 须 知

全部答案一律写在答题纸上，答在试题纸上的不计分!答题要写清题号，不必抄题。

一、选择题:1~8 小题, 每小题 4 分, 共 32 分. 下列每题给出的四个选项中, 只有一个选项符合题目的要求, 请将所选项前的字母填在答题纸指定位置上.

(1) 关于区间[a, b]上二阶可导的函数，下列说法正确的是 (　　).

A. 导数为零的点必定是极值点

B. 导数为零而二阶导数大于零的点是极大值点

C. 二阶导数为零的点可能是拐点

D. 最大值一定在某个极值点取得.

(2) 设在[0,1]上 $f''(x)>0$，则 $f'(0)$，$f'(1)$，$f(1)-f(0)$ 几个数的大小关系为 (　　)

A. $f(1)-f(0)>f'(1)>f'(0)$　　B. $f'(1)>f(1)-f(0)>f'(0)$

C. $f(1)-f(0)>f'(0)>f'(1)$　　D. $f'(0)>f'(1)>f(1)-f(0)$.

(3) 已知 $x\to 0$，$\sqrt{x+1}-\sqrt{1-\sin x}\sim ax^n$，则 n 和 a 的值分别 (　　)

A. $n=1,a=1$　　B. $n=1,a=\frac{1}{2}$

C. $n=2,a=\frac{1}{4}$　　D. $n=2,a=2$.

(4) 若 $f(x)=\frac{|x|}{\sin x}$，则 $\lim\limits_{x\to 0}f(x)=$ (　　)

A. -1　　B. 0　　C. 1　　D. 不存在.

(5) 两个函数 $y=x+2$、$y=x^2$ 在第二象限围成的面积为 (　　)

A. $-\frac{1}{6}$　　B. $-\frac{7}{6}$　　C. $\frac{1}{6}$　　D. $\frac{7}{6}$.

(6) 设 $z=yf(xy)$，其中函数 f 可微，则 $\frac{1}{y^2}\frac{\partial z}{\partial x}-\frac{\partial z}{\partial y}=$ (　　)

A. $xyf'(xy)$　　B. $-xyf'(xy)$　　C. $-xf'(xy)$　　D. $xf'(xy)$.

(7) 设A,B,C为非零 n 阶矩阵，若$AB\ =AC$能推出$B=C$，则A应满足（　）

A. $A\neq \boldsymbol{O}$　　B. $A=\boldsymbol{O}$　　C. $|A|\neq 0$　　D. $|A|=0$.

(8) 已知矩阵$A=\begin{bmatrix}1&1&1\\1&a&1\\2&3&a+1\end{bmatrix}$的特征值之和为 3，则$a=$（　）

A. -1　　B. 0　　C. 1　　D. 2.

二、填空题:9~14 小题, 每小题 4 分, 共 24 分. 请将答案写在答题纸指定位置上.

(9) 函数$f(x)=\sqrt{1+\ln^2 x}$, 则$f'(e)=$__________.

(10) $\int_0^{\pi} x\sin\frac{x}{2}dx=$__________.

(11) 曲线$y=\dfrac{x^2}{x-1}$的斜渐近线方程是__________.

(12) 函数$y=x-e^{-x}$的单调减区间是__________.

(13) 设方阵A满足A^2 - $A-2E=O$，则$A^{-1}=$__________.

(14) 已知三阶矩阵A的特征值为 1，2，-1，$B=A^3-5A^2$，则$|B|=$__________.

三、解答题：15~22 小题, 共 94 分. 请将解答（须有证明过程、演算步骤和文字说明）写在答题纸指定位置上.

(15) （本题满分 10 分）

求$\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{\int_0^{x^3}\sqrt{1+t^2}\,dt}{x^2\sin x}$的值.

(16) （本题满分 10 分）

函数$y=y(x)$由方程$ye^x+\ln y=1$确定，求$\left.\dfrac{dy}{dx}\right|_{x=0,y=1}$，$\left.\dfrac{d^2y}{dx^2}\right|_{x=0,y=1}$

(17) （本题满分 10 分）

求曲线$y=\sqrt{x}$和直线$x=0$，$y=1$所围成图形的面积及此平面图形绕x轴旋转所得的旋转体的体积.

(18) （本题满分 10 分）

求微分方程 $y'+y\cos x=\cos x$ 满足初始条件 $y|_{x=0}=2$ 的特解.

(19) （本题满分 12 分）

设函数 $f(x)=\dfrac{1}{1+e^{-x}}$，求

1） $f(x)$ 的单调区间与极值;

2） $f(x)$ 的凹向与拐点;

3） $f(x)$ 的渐近线.

(20) （本题满分 12 分）

设 $f(x)$ 在[0，1]上连续且 $f(x)<2$，证明令 $3x-\int_0^x f(t)dt=1$ 在[0，1]上只有一个实根.

(21) （本题满分 15 分）

设有向量组 $K:\alpha_1=\begin{pmatrix}1\\1\\2\end{pmatrix},\alpha_2=\begin{pmatrix}2\\2\\3\end{pmatrix},\alpha_3=\begin{pmatrix}\lambda\\2\\6\end{pmatrix}$ 及向量 $b=\begin{pmatrix}-1\\\mu\\-1\end{pmatrix}$. 问 λ,μ 为何值时：

1） 向量 b 不能由向量组 K 线性表示;

2） 向量 b 可以由向量组 K 线性表示，且表示方法唯一;

3） 向量 b 能由向量组 K 线性表示，且表示方法不唯一，并写出两个不同表达式.

(22) （本题满分 15 分）

求非齐次线性方程组 $\begin{cases}x_1+3x_2-x_3-x_4=-1\\2x_1+8x_2+\quad 2x_4=2\\3x_1+11x_2-x_3+x_4=1\\x_1+7x_2+3x_3+7x_4=7\end{cases}$ 的通解.