

中山大学

2018年攻读硕士学位研究生入学考试试题

科目代码: 802

科目名称: 运筹学

考试时间: 2017年12月24日下午

考生须知
全部答案一律写在答题纸上, 答在试题纸上的不计分! 答题要写清题号, 不必抄题。

1、(25分) 考虑下面的线性规划问题:

$$\begin{aligned} \max Z &= c^T x \\ \text{s.t. } Ax &\leq b, \\ x &\geq 0, \end{aligned}$$

其中 $c = (c_1, c_2, \dots, c_n)^T$ 表示目标函数系数, $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ 表示决策变量向量, A 是 $m \times n$ 的矩阵, $b = (b_1, b_2, \dots, b_m)^T$ 表示右端项。证明最优解构成的集合是凸集。

2、(25分) 某城市有 8 个区, 救护车由一个区开到另一个区所需的时间(分钟)如下表所示:

区号	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	2	4	6	8	9	8	10
2		0	5	4	8	6	12	9
3			0	2	2	3	5	7
4				0	3	2	5	4
5					0	2	2	4
6						0	3	2
7							0	2
8								0
人口(万人)	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7	P_8

其中, P_1, P_2, \dots, P_8 是已知常数。假设从一个区到另一个区的往、返时间相同。该城市只有 2 辆救护车, 市政部门的目标是, 希望救护车所在的位置能使尽可能多的人位于救护车在 2 分钟内可到达的范围内。试帮助市政部门建立合适的整数规划模型, 确定救护车停放的最佳区号(只需建立模型, 无需求解)。

3、确定以下线性规划问题的所有基本可行解（提示：可借助图解法）：（25分）

$$\begin{aligned} \max Z &= x_1 + x_2 \\ \text{s.t. } x_1 + x_2 &\leq 6, \\ x_1 + 2x_2 &\leq 10, \\ x_1, x_2 &\geq 0. \end{aligned}$$

4、（25分）马丁贝克公司是一家中档鞋生产公司。产品主要销往 Milwaukee、Dayton、Cincinnati、Buffalo 以及 Atlanta 五个地方，每周的需求分别是 10000、15000、16000、14000、13000 双。公司决定在 Pontiac、Cincinnati、Dayton 和 Atlanta 这四个地方新建一个或几个工厂，以满足市场需求。通过调研，这四个地方各有利弊，例如，Atlanta 的生产成本比较低，但运输费用相对较高，具体数据如下表所示。试帮公司确定新工厂的最佳选址，使总成本（包括生产成本、运输成本和固定成本）最低。写出该决策问题的线性规划模型（无需求解）。

单位运输费用		市场					每周最大产量	单位生成成本	每周固定费用
		Milwaukee	Dayton	Cincinnati	Buffalo	Atlanta			
工厂	Pontiac	\$0.8	\$0.7	\$0.8	\$0.7	\$1.0	30000	\$5.4	\$10,000
	Cincinnati	\$0.9	\$0.7	\$0.6	\$0.8	\$0.8	40000	\$5.2	\$8,000
	Dayton	\$0.8	\$0.6	\$0.7	\$0.7	\$0.9	40000	\$5.3	\$12,000
	Atlanta	\$0.9	\$0.9	\$0.8	\$0.9	\$0.5	40000	\$5.2	\$14,000
需求（双）		10000	15000	16000	14000	13000			

5、（25分）写出下面问题的对偶问题：

$$\begin{aligned} \text{Max} \quad & 4x_1 + 3x_2 - x_3 \\ \text{subject to} \quad & x_1 - x_2 + x_3 \geq 1 \\ & x_1 + 2x_2 - 3x_3 \leq 2 \\ & -5x_1 + 8x_3 = 5 \\ & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \text{ 无约束} \end{aligned}$$

6、（25分）用割平面法解下面整数规划问题：

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad & x_1 - 2x_2 \\ \text{subject to} \quad & x_1 + x_2 \leq 10 \\ & -x_1 + x_2 \leq 5 \\ & x_1, x_2 \geq 0, \text{ 且为整数} \end{aligned}$$