# 中 山 大 学

## 2018年攻读硕士学位研究生入学考试试题

科目代码：602

科目名称：高等数学(B)

考试时间： 12月24日上午

**考 生 须 知**

全部答案一律写在答题纸上，答在试题纸上的不计分!答题要写清题号，不必抄题。

一．填空题（每小题5分，共60分；答案写在答题纸上并注明题号.）

1．函数极限 $\lim\limits_{(x,y)\to(0,2)}\dfrac{e^{xy}-1}{x}=$________________.

2．函数 $y=e^{t}(\cos t+\sin t)$，则 $dy=$________________ $dt$.

3．当 $x\to 0$ 时，$\sin^5\alpha x$ 与 $\ln^{\beta}(1+6x)$ 是等价无穷小，则常数 $\alpha=$_____，$\beta=$_____.

4．曲线 $x^5+2x-y-3y^7=0$ 在 $x=0$ 处的切线方程是________________.

5．函数 $z=x^3+y^3-3xy$ 在区域 $\{(x,y)\,|\,0\le x\le 2,-1\le y\le 2\}$ 上有最大值________.

6．$\int x^{2018}\ln x dx=$________________.

7．$\int_0^4\dfrac{\sin\sqrt{t}}{\sqrt{t}}dt=$________________.

8．设 $F(x)=\int_0^{\cos^2 x}t^2dt$，则 $\dfrac{dF(x)}{dx}=$________________.

9．$\lim\limits_{x\to+\infty}\left(1+\dfrac{2017}{x}\right)^{x+2018}=$________________.

10．曲面 $z=\arctan\dfrac{y}{x}$ 在点 $(1,1,\pi/4)$ 处的切平面方程是________________.

11．设 $A,B,C$ 是三个事件，且 $P(A)=P(B)=P(C)=\dfrac{1}{4}$，$P(AB)=P(BC)=0$，$P(AC)=\dfrac{1}{8}$，则 $A,B,C$ 至少有一个发生的概率是________________.

12．设 $X,Y$ 是随机变量，且有 $E(X)=3,E(Y)=1,D(X)=4,D(Y)=9$，$X,Y$ 的相关系数 $\rho=0.25$. 令 $Z=3X-Y-2$，则 $E(Z)=$________，$D(Z)=$________.

二.（本题满分 12 分）证明方程 $e^x+2x-3=0$ 只有一个正根.

三.（本题满分 12 分）试求由一条曲线 $y=2\sqrt{x}$ 和两条直线 $x=4, y=0$ 所围成的图形的面积以及该图形绕 $y$ 轴形成的旋转体体积.

四.（本题满分 14 分）将函数 $\frac{x}{(1+x)^2}$ 展开为 $x$ 的幂级数.

五.（本题满分 12 分）设曲线的极坐标方程是 $\rho=2e^{\theta}(0\le\theta\le\pi)$. 求该曲线的长度.

六.（本题满分 15 分）试求解微分方程初值问题：

$$y'=\frac{4y}{x+1}+(x+1)^{2018}, y|_{x=0}=1..$$

七.（本题满分 10 分）设随机变量（ $X$， $Y$ ）的分布律为

| Y \ X | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0.01 | 0.03 | 0.05 | 0.07 | 0.09 |
| 1 | 0.01 | 0.02 | 0.04 | 0.05 | 0.06 | 0.08 |
| 2 | 0.01 | 0.03 | 0.05 | 0.05 | 0.05 | 0.06 |
| 3 | 0.01 | 0.02 | 0.04 | 0.06 | 0.06 | 0.05 |

（1） 求两个条件概率 $P\{X=2|Y=2\}$ 和 $P\{Y=3|X=0\}$.

（2） 试问 $X$ 和 $Y$ 独立吗？

（3） 求 $M=\max\{X, Y\}$ 的分布律。

八.（本题满分15分）设 $X_1$，$X_2$，…，$X_n$ 是来自总体 $X$ 的简单随机样本，总体的概率分布为

$$\begin{array}{c|ccc} X & -1 & 0 & 1 \\ \hline P & \frac{1}{2}-\theta & 2\theta & \frac{1}{2}-\theta \end{array},$$

其中 $\theta$ 为未知参数，且 $0<\theta<\frac{1}{2}$.

1） 求 $EX^2$, 以及 $\theta$ 的矩估计量.

2） 已知取得了一个样本值（0，-1, 0, 0，1），求 $\theta$ 的最大似然估计值.