中 山 大 学

2018年攻读硕士学位研究生入学考试试题

科目代码：432

科目名称：统计学

考试时间：2017年12月24日 下 午

考生须知

全部答案一律写在答题纸上，答在试题纸上的不计分!答题要写清题号，不必抄题。

一、（每小题3分，共60分）单项选择题。

1．以下哪条不是概率的公理化定义中概率函数的性质？（）

（A） 有限可加性　（B） 次可加性　（C） 单调性　（D）右连续性

2. 已知A，B两个随机事件满足$P(A\cap B)=P(\bar{A}\cap\bar{B})$，且$P(A)=p$，则$P(B)$等于（）

（A） p　（B） $1-p$　（C） $(1-p)p$　（D） p^2

3. 设事件A，B互不相容，且$P(A)>0$，$P(B)>0$，则有（）

（A）$P(B|A)>0$　（B）$P(A|B)=P(A)$

（C）$P(A|B)=0$　（D）$P(AB)=P(A)P(B)$

4. 某班有5个士兵，每人各有一支枪，这些枪的外形完全一样。在一次夜间紧急集合中，若每人随机取走一支枪，恰好有三个人拿到自己的枪的概率是（）

（A） 1/4　（B） 1/5　（C） 1/6　（D） 1/12

5. 若发报机以0.7和0.3的概率发出信号0和1，由于随机干扰的影响，当发出信号0时，接收机不一定收到0，而是以概率0.8和0.2收到信号0和1；同样地，当发报机发出信号1时，接收机以概率0.9和0.1收到信号1和0。当接收机收到信号1时，发报机是发出信号1的概率是（）

（A） 9/10　（B） 56/59　（C） 27/41　（D） 17/32

6. 假设独立随机变量X，Y服从同一名称的概率分布（二者的分布参数未必相同）。且$X+Y$也服从同一名称的概率分布。则X，Y不可能服从（）

（A）二项分布　（B）泊松分布　（C） 正态分布　（D） 指数分布

7. 设X和Y相互独立，且$X \sim \mathrm{N}(0,1)$，$Y \sim \mathrm{N}(1,4)$， 则有（）

（A）$\mathrm{P}(X+Y \leq 0)=1/2$ （B）$\mathrm{P}(X+Y \leq 1)=1/2$

（C）$\mathrm{P}(X-Y \leq 0)=1/2$ （D）$\mathrm{P}(X-Y \leq 1)=1/2$

8. 以下哪项不是（强）大数定律的应用？（）

（A）观测值的算术平均值估计期望值 （B）事件发生的频率估计概率

（C）期望值的置信区间估计 （D）用蒙特卡洛法计算定积分

9. 设总体分布为参数为 2 的指数分布 Exp(2)（密度函数参看试卷末尾）。现分别有来自总体的容量分别为 200 和 400 的两独立样本，则此两样本均值之差的绝对值大于$\sqrt{3}/20$的概率大约是（）

（A）$2\Phi(1.5)-1$ （B） $2\Phi(1.5)$ （C）$2\Phi(2)$ （D） $2-2\Phi(2)$

10. 关于随机变量序列X_n依概率收敛到随机变量X，则下列说法不正确的是（）

（A） X_n概率 1 收敛到X （B） X_n依分布收敛到X

（C） X_n 2 阶矩不一定收敛 （D） X_n^2依概率收敛到X^2

11. 若X服从标准正态分布$\mathrm{N}(0,1)$，Y服从自由度为n的卡方分布$\chi^2(n)$，Z服从自由度为m的卡方分布$\chi^2(m)$，则（）

（A）$X^2 \sim \chi^2(1)$ （B）$\frac{X}{\sqrt{Y/n}} \sim t(n)$ （C） $\frac{Y/n}{Z/m} \sim F(n,m)$ （D） 以上皆对

12. 设$X_1,\cdots,X_n$为正态分布$\mathrm{N}(\mu,\sigma^2)$的样本，μ未知而σ^2已知。$\bar{X}$和$S^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2$为样本均值及样本方差。记，$T_1=\frac{\bar{X}-\mu}{\sigma/n}$，$T_2=\frac{\bar{X}-\mu}{S/n}$，$T_3=\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}$，则$T_1$，$T_2$，$T_3$中统计量的个数为（）

（A）0 （B）1 （C） 2 （D） 3

13. 设$X_1,\cdots,X_n$为泊松分布$\mathrm{Pois}(\lambda)$的样本，$\bar{X}$和$S^2=\frac{1}{m-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2$为样本均值及样本方差，则$\mathrm{E}(n\bar{X}^2+S^2)$为（）

（A）$(n+1)\lambda$ （B）$(n+1)\lambda^2$ （C） $n\lambda^2+\lambda$ （D） $n\lambda^2+2\lambda$

14. 设$X_1,\cdots,X_{10}$为正态总体$X \sim \mathrm{N}(0,2)$的样本，记$T=\sum_{i=1}^{10}(X_i-\bar{X})^2$，则$T$的方差为（）

（A）9 （B）18 （C）36 （D）72

15. 设$X_1,\cdots,X_n$为来自均匀分布$U(\theta-1,\theta+1)$的简单随机样本，其顺序统计量记为$X_{(1)},\cdots,X_{(n)}$，则θ的充分统计量为（）

（A） $X_{(1)}$ （B） $X_{(n)}$ （C） $\{X_{(1)}, X_{(n)}\}$ （D） $X_{(n)}-X_{(1)}$

16. 设$X_1,\cdots,X_n$为正态分布$N(0,\sigma^2)$的样本，$Y_1,\cdots,Y_m$为正态分布$N(1,\sigma^2)$的样本。记$S_X^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^n(X_i-\bar{X})^2$，$S_Y^2=\frac{1}{m-1}\sum_{i=1}^m(Y_i-\bar{Y})^2$，则下列说法正确的是（）

（A）$(S_X^2+S_Y^2)/2$是σ^2的无偏估计量 （B） $(S_X^2+S_Y^2)/2$是σ^2的最大似然估计量

（C）$(S_X^2+S_Y^2)/2$是σ^2的充分统计量 （D） $(S_X+S_Y)/2$是σ的最大似然估计量

17. 设$X_1,\cdots,X_n$为参数为λ的指数分布 $\mathrm{Exp}(\lambda)$，$\bar{X}$和$S^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^n(X_i-\bar{X})^2$为样本均值及样本方差。则下列统计量的分布不依赖于$\lambda$的是（）

（A）$\bar{X}$ （B）S （C）$\bar{X}-S$ （D）$\bar{X}/S$

18. 设$X_1,\cdots,X_n$为标准正态分布$N(0,1)$的样本，$\bar{X}$为样本均值，则（）

（A）$\bar{X}^2\sim\chi^2(1)$ （B）$n\bar{X}^2\sim\chi^2(1)$ （C） $n\bar{X}^2\sim\chi^2(n)$ （D） $\sum_{i=1}^n(X_i-\bar{X})^2\sim\chi^2(n)$

19. 若总体X的密度函数为

$$f(x;\theta)=\begin{cases}\dfrac{6x(\theta-x)}{\theta^3}, & 0<x<\theta,\\ 0, & \text{其他},\end{cases}$$

其中$\theta>0$为未知参数。$X_1,\cdots,X_n$是来自总体X的样本，则θ的矩法估计量是（）

（A）$\bar{X}$ （B）$2\bar{X}$ （C）$3\bar{X}$ （D）$4\bar{X}$

20. 设某总体X的一阶与二阶原点矩分别为μ_1和μ_2，$X_1,\cdots,X_n$是来自总体X的样本，令$Q=\sum_{i=1}^n(X_i-\bar{X})^2$，则下列说法正确的是（）

（A）$\bar{X}^2$是μ_1^2的无偏估计量 （B） $\bar{X}^2$是μ_2的无偏估计量

（C）$\bar{X}^2+Q/n$是μ_2的无偏估计量 （D） $\bar{X}^2+Q/(n-1)$是μ_2的无偏估计量

二、（24 分）设随机向量(ξ,η)服从$D=\{(x,y):\ 0\le x\le 1,\ 0\le y\le 2\}$上的均匀分布。

（1）（8 分）求$Z=\min\{\xi,\eta\}$的密度函数。

（2）（8 分）令$U=\begin{cases}0, & \xi\le\eta\\ 1, & \xi>\eta\end{cases}$；$V=\begin{cases}0, & \xi\le 2\eta\\ 1, & \xi>2\eta\end{cases}$。求$(U,V)$的分布。

（3）（8 分）求U，V相关系数。

三、（20 分）设$X_1,\cdots,X_n$为贝塔分布$\mathrm{Beta}(\theta,1)$的样本，密度函数为：

$$f(x;\theta)=\begin{cases}\theta x^{\theta-1}, & 0<x<1,\\ 0, & \text{其他}.\end{cases}$$

（1）（8 分）求θ的矩法估计量$\hat{\theta}_1$。

（2）（12 分）求θ的最大似然估计量$\hat{\theta}_2$；并进一步求$p=\mathrm{P}(\mathrm{X}<0.5)$的最大似然估计量。

四、（20 分）求下列情况中θ的$1-\alpha$置信区间。

（1）（10 分）设$X_1,\cdots,X_n$为正态分布$\mathrm{N}(\theta,\theta^2)$的样本，$\theta>0$，$n>10$，且$\bar{X}>0$。

（2）（10 分）设$X_1,\cdots,X_n$为正态分布$\mathrm{N}(\theta,\theta)$的样本，$\theta>0$，$n>10$，且$\bar{X}>0$。

五、（26 分）设$X_1,\cdots,X_n$为正态分布$\mathrm{N}(0,\theta)$的样本，密度函数为：

$$f(x;\theta)=\frac{1}{\sqrt{2\pi\theta}}e^{-x^2/2\theta},\quad -\infty<x<+\infty,$$

其中θ为方差（未知）。令$T=\left|\sum_{i=1}^{n}X_i\right|$。

（1）（10 分）求b，使得$\mathrm{E}(bT)$为$\sqrt{\theta}$的无偏估计量。

（2）（16 分）考虑假设检验$H_0:\theta=1\ vs\ H_1:\theta\ne 1$。构建拒绝域$C=\{T>2\sqrt{n}\}$。求此检验的势函数（功效函数）与第一类错误。（注：用标准正态分布的累积分布函数Φ表示即可）。

注：参数为λ的指数分布 $\mathrm{Exp}(\lambda)$的密度函数为：

$$f(x;\theta)=\begin{cases}\lambda e^{-\lambda x}, & x>0,\\ 0, & \text{其他}.\end{cases}$$