

江西师范大学 2017 年全日制硕士研究生入学考试试题

(B 卷)

专业: 045104 学科教学(数学)

科目: 823 高等数学

注: 考生答题时, 请写在考点下发的答题纸上, 写在本试题纸或其他答题纸上的一律无效。

(本试题共 2 页)

1、(15 分) 计算题 (每小题 5 分)

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x^2} - 1}{1 - \cos x}$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-1}{2x+1} \right)^{x+3}$$

$$(3) \int_0^{+\infty} e^{-\sqrt{x}} dx$$

2、(15 分) 证明函数

$$f(x) = \begin{cases} e^{-\frac{1}{x^2}}, & x \neq 0, \\ 0, & x = 0 \end{cases}$$

在 $x=0$ 处二阶可导, 并求出 $f'(0)$ 和 $f''(0)$ 的值。

3、(15 分) 设函数 f 在 $[a, b]$ 上连续, 在 (a, b) 内二阶可导, $f(a) = f(b) = 0$, 且存在 $c \in (a, b)$ 使 $f(c) < 0$. 证明: 存在 $\xi \in (a, b)$ 使得 $f''(\xi) > 0$.

4、(15 分) 求过点 $(3, -1, 2)$, 且平行于平面 $x - 2y + z - 3 = 0$, 又与直线 $\frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z}{2}$ 相交的直线的方程。

5、(15 分) 设 $z = z(x, y)$ 是由方程 $\frac{x}{z} = \ln \frac{z}{y}$ 所确定的隐函数, 求 $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$.

6、(15 分) 限制点 (x, y) 在圆周 $x^2 + y^2 = 5$ 上变化时, 求函数 $f(x, y) = x^4 + y^4 - 2(x-y)^2$ 的最大值和最小值。

7、(15 分) 计算第二类曲线积分 $\int_L e^x \sin y dx + e^x \cos y dy$, 其中 L 为上半圆周 $\{(x, y) | x^2 + y^2 = ax, y \geq 0\}$ 沿 x 增加的方向。

8、(15 分) 计算第一类曲面积分 $\iint_{\Sigma} \frac{1}{(1+x+y)^2} dS$, 其中 Σ 是由平面 $x=0$, $y=0$, $z=0$

及 $x+y+z=1$ 所围成的四面体的整个边界。

9、(15分) 求常微分方程 $x \frac{dy}{dx} + y = x^2 \sin x$ 的通解。

10、(15分) 证明级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n-\sqrt{n}} \ln\left(1 + \frac{1}{\sqrt[3]{n}}\right)$ 收敛。