

# 江西师范大学 2017 年全日制硕士研究生入学考试试题

## ( B 卷 )

专业: 070100 数学、071400 统计学、0701Z1 决策学

科目: 数学分析 721

注: 考生答题时, 请写在考点下发的答题纸上, 写在本试题纸或其他答题纸上的一律无效。

(本试题共 2 页)

一、填空题: (每小题 6 分, 共 30 分)

1、 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{2 \sin^2 n + 3 \cos^2 n} = \underline{\hspace{2cm}}$

2、 $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x^2} - \frac{1}{\sin^2 x} \right) = \underline{\hspace{2cm}}$

3、曲线  $x^2 + y = x^y$  在点  $(1, 0)$  处的切线方程为  $\underline{\hspace{2cm}}$

4、设  $p > 0$  是常数, 则  $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_n^{n+p} \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} dx = \underline{\hspace{2cm}}$

5、设  $f(x)$  在  $\mathbb{R}$  上连续,  $g(x) = \int_{\sin x}^{x^2} f(t) dt$ , 则  $g'(x) = \underline{\hspace{2cm}}$

二、计算题: (每小题 10 分, 共 30 分)

1、求  $\int_0^1 (\ln x)^6 dx$  的值.

2、求曲线积分  $\int_{AB} (e^x \sin y - y) dx + (e^x \cos y - 1) dy$ , 其中  $\widehat{AB}$  为由  $A(2, 0)$  到  $B(0, 0)$  经过圆  $x^2 + y^2 = 2x$  上半部的路线.

3、求曲面积分  $\iint_S z dx dy$ , 其中  $S$  是有向曲面  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1 (a, b, c > 0)$  的外侧.

三、综合题: (每小题 15 分, 共 90 分)

1、设  $f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0, \\ 0, & x = 0 \end{cases}$ . 证明  $f'(x)$  在  $x = 0$  不连续.

2、设  $f$  在  $[a, b]$  上连续, 且  $f(x) \geq 0$ ,  $\int_a^b f(x) dx = 0$ . 证明:  $f(x) \equiv 0, x \in [a, b]$ .

3、设  $x, y, \alpha, \beta$  都是正实数, 且  $\alpha + \beta = 1$ . 证明:  $x^\alpha y^\beta \leq \alpha x + \beta y$ .

4、考察函数  $f(x,y) = \begin{cases} \frac{xy^2}{x^2+y^2}, & x^2+y^2 \neq 0, \\ 0, & x^2+y^2 = 0 \end{cases}$  在点  $(0,0)$  的可微性.

5、证明：若  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  绝对收敛，则  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n(a_1+a_2+\cdots+a_n)$  绝对收敛.

6、求幂级数  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{x^n}{n(n-1)}$  的收敛域及其和函数.