

江西师范大学 2018 年硕士研究生入学考试试题 (B 卷)

科目代码: 734 科目名称: 概率论
适用专业: 071400 统计学

注: 考生答题时, 请写在考点下发的答题纸上, 写在本试题纸或其他答题纸上的一律无效。

(本试题共 1 页)

1. (30 分) 某市有 N 辆汽车, 编号 $1, 2, \dots, N$, 有人将他遇到过的 n 辆汽车 (可以重复) 的牌号全部记录下来, 假设每辆车被遇到的机会相同, 设 X 为他遇到过的 n 辆汽车的最大号码, (1) 求 X 的分布列; (2) 当 $n=2$ 时, 求 X 的数学期望 EX 和方差 DX 。

2. (20 分) 设两箱内装有同种零件, 第一箱装 45 件, 有 9 件一等品; 第二箱装 40 件, 有 16 件一等品; 先从两箱中任挑一箱, 再从此箱中先后不放回地任取 2 个零件, 求: (1) 先取出的零件是一等品的概率; (2) 在先取出的零件是一等品的条件下, 后取出的零件仍是一等品的条件概率。

3. (30 分) 设随机变量 X 的概率密度函数为 $f(x) = \frac{A}{\sqrt{1-x^2}}, |x| < 1$

求 (1) 系数 A 的值; (2) $P\{X \in (-0.5, 0.5)\}$; (3) 求 $Y=X^2$ 的概率密度函数。

4. (20 分) 假设一部机器在一天内发生故障的概率为 0.2, 机器发生故障时全天停止工作, 若一周 5 个工作日里无故障, 可获利润 10 万元; 发生一次故障可获利润 5 万元; 发生二次故障所获利润 0 元; 发生三次或三次以上故障就要亏损 2 万元, 求一周内的期望利润是多少?

5. (30 分) 设随机向量 (X, Y) 联合密度为: $f(x, y) = \begin{cases} 6x & 0 \leq x \leq y \leq 1 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$

(1) 求 (X, Y) 分别关于 X 和 Y 的边缘概率密度 $f_X(x), f_Y(y)$;

(2) 判断 X 与 Y 是否独立, 并说明理由;

(3) 求 $Z = X + Y$ 的概率密度函数 $f_Z(z)$ 。

6. (20 分) (1) 设随机变量 X 的密度函数 $f(x) = \frac{x^m}{m!} e^{-x}, x > 0, m$ 是正整数。试利用

切比雪夫不等式证明: $P\{0 < X < 2(m+1)\} \geq \frac{m}{m+1}$

(2) 一生产线生产的产品成箱包装, 每箱的重量是随机的, 假设每箱平均重 50 千克, 标准差为 5 千克, 若用最大载重量为 5 吨的汽车承运, 试利用中心极限定理说明每辆车最多装多少箱, 才能保障不超载的概率大于 0.977 ($\Phi(2) = 0.977$, 其中 $\Phi(x)$ 是标准正态分布函数)。