

中山大学

2019 年攻读硕士学位研究生入学考试试题

科目代码：802

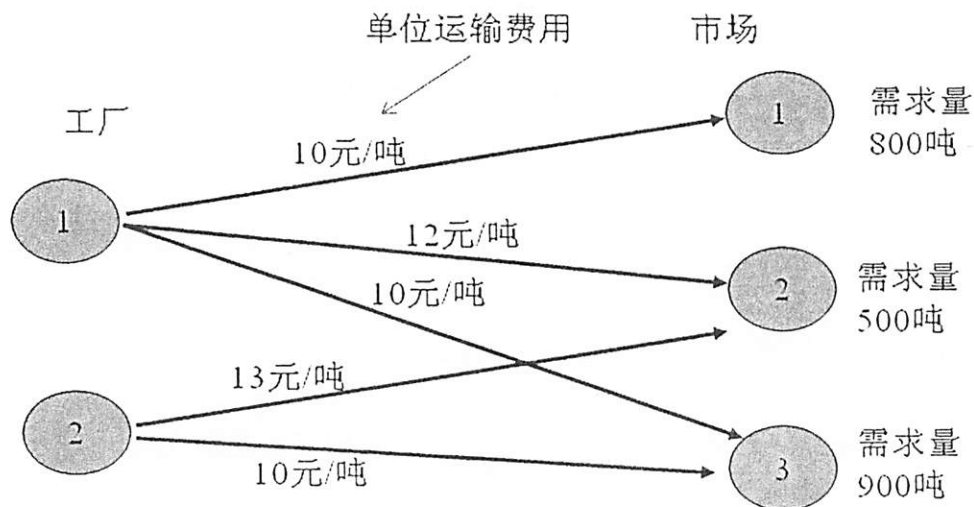
科目名称：运筹学

考试时间：2018 年 12 月 23 日 下午

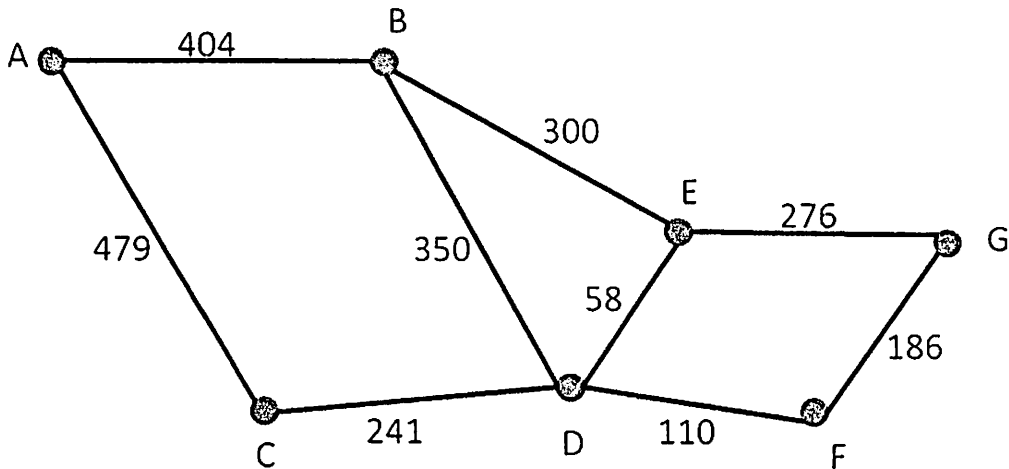
考生须知

全部答案一律写在答题纸上，答在试题纸上的不计分！答题要写清题号，不必抄题。

- 1、（25 分）某公司有两个工厂，产品销往 3 个市场，工厂到市场的单位运输费用和市场需求量如下图所示。工厂 1 的单位生产费用是 10 元/吨，与其产量多少无关；工厂 2 的单位生产费用与其产量有关，若其产量少于 1000 吨，则单位生产费用为 10 元/吨，若产量大于或等于 1000 吨，则单位生产费用为 8 元/吨。试帮公司确定生产量和运输计划，使得在满足市场需求的情况下总费用（包括生产费用和运输费用）最低。写出该决策问题的线性规划模型（无需求解）。



2、（25分）下图中每条边上的数字表示边的长度（单位：公里），求点A到点G的最短路径（写出过程）。



3、（25分）考虑线性规划问题：

$$\begin{aligned}
 & \text{Min} \quad cx \\
 & \text{s.t.} \quad Ax = b \\
 & \quad \quad x \geq 0
 \end{aligned}$$

其中 A 是 m 阶对称矩阵，且 $c^T = b$ 。

(a)（10分）写出该线性规划问题的对偶问题；

(b)（15分）证明：若 x^* 是上述问题的可行解，则它也是最优解。

4、（25分）考虑以下线性规划问题：

$$\begin{aligned} \max Z &= 3x_1 + 2x_2 \\ \text{s.t.} \quad x_1 &\leq 4 \\ &2x_2 \leq 12 \\ &3x_1 + 2x_2 \leq 18 \\ &x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

(a)（10分）使用图解法列出所有顶点可行解。

(b)（15分）使用图解法说明单纯形法对该问题求解的过程。

5、（25分）考虑一个 N 周期生产问题。每一期需求为已知常数 $r_i, i=1, \dots, N$ 。每一期需求必须满足（不能缺货或延期交付）。每一周期事件顺序如下：周期 i 开始时，决策者检查初始库存 s_i ，确定当期生产数量 x_i ，然后满足该周期的需求 r_i ，最后如果有剩余库存，产生相应的库存成本。产品单位生产成本是 c ，单位库存成本是 h （即当期单位剩余库存持有到下一期所产生的成本），固定生产成本是 K （如果不生产，则没有该固定成本）。假设 $s_1=0$ 。

(a)（15分）对该问题建立动态规划模型（无需求解）；

(b)（10分）证明存在一个最优生产策略，该策略满足如下性质：每一期初始库存为 0 时，该期才进行生产。

6、（25分）某地铁入口设有一个安检处，所有旅客需进行安检，假设旅客到达服从 Poisson 分布，平均到达速率为 300 人 / 小时，检查时间服从负指数分布，平均检查时间为 10 秒 / 人。

(a)（10分）求安检处空闲的概率；

(b)（10分）求安检处有 2 个或 2 个以上旅客的概率；

(c)（5分）若某时刻安检处有一旅客 A 到达（此时安检处无其他旅客），10 秒钟后一旅客 B 到达，此时 A 仍在检查中，求旅客 A 在安检处的平均逗留时间。