中 山 大 学

2019 年攻读硕士学位研究生入学考试试题

科目代码：603

科目名称：数学二（单考）

考试时间：2018 年 12 月 23 日 上 午

考 生 须 知

全部答案一律写在答题纸上，答在试题纸上的不计分!答题要写清题号，不必抄题。

一. 计算题（60 分）

1. （10 分）设$f(x)=\begin{cases} x, x<1, \\ a, x\ge 1. \end{cases}$ $g(x)=\begin{cases} b, x<0, \\ x+2, x\ge 0. \end{cases}$ 问当 a,b为何值时，$F(x)=f(x)+g(x)$在区间$(-\infty,+\infty)$内连续.

2. （10 分）求$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x-\sin x}{x+\cos x}$.

3. （10 分）已知$f(x)=\begin{cases} x^2\sin\dfrac{1}{x}, x\ne 0, \\ 0, x=0. \end{cases}$ 求$f'(x)$.

4. （10 分）设$y=\ln(x+\sqrt{1+x^2})$. 求二阶导数y''.

5. （10 分）设$y=x^5-5x^4+5x^3+1$. 求函数y在区间$[-1,2]$上的最大值与最小值.

6. （10 分）设$y=\dfrac{x^2-4}{x^2-3x+2}$. 求该函数的间断点,并讨论间断点的类型.

二.（10 分）求由$y=2, y=x, xy=1$所围图形的面积.

三.（10 分）设$b>a>0$, $f(x)$在区间$[a,b]$上连续，在(a,b)内可导. 证明：在(a,b)内至少存在一点t,使得$\dfrac{af(b)-bf(a)}{ab(b-a)}=\dfrac{tf'(t)-f(t)}{t^2}$.

四.（10 分）设微分方程$y'=2y+x$. (1) 求该方程的通解；(2) 求满足条件$y(0)=1$的特解.

五. （15 分）设微分方程$y''-9y=e^x$. (1) 求对应齐次方程的通解；(2) 求此方程的通解；(3) 求此方程满足条件$y(0)=1, y'(0)=1$的特解.

考试完毕，试题随答题纸一起交回。

六.（10 分）设 $f(x)=\begin{vmatrix} x-1 & x-2 & x-1 & x \\ x-2 & x-4 & x-2 & x \\ x-3 & x-6 & x-4 & x-1 \\ x-4 & x-8 & 2x-5 & x-2 \end{vmatrix}$. 试求 $f(x)$ 的根.

七.（10 分）解方程组

$$\begin{cases} 2x_1+x_2+x_3=3, \\ x_1+x_2+x_3=2, \\ 3x_1+2x_2+2x_3=5. \end{cases}$$

八.（10 分）设 $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$. 已知矩阵 X 与 A 满足关系式：$AX=A+X$. 试求 X.

九.（15 分）设 $A=\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & -2 & 2 \\ -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$. 求 A 的特征值和特征向量.