

中山大学

2019 年攻读硕士学位研究生入学考试试题

科目代码: 895

科目名称: 电动力学

考试时间: 2018 年 12 月 23 日 下午

考生须知
全部答案一律写在答题纸
上, 答在试题纸上的不计分! 答
题要写清题号, 不必抄题。

1. 判断题。共 5 小题, 每小题 3 分。

- (1) 磁场有旋度无散度, 电场有散度无旋度。
- (2) 变化的电场会产生磁场, 变化的磁场也会产生电场。
- (3) 真空中的平面电磁波为横波, 其电场, 磁场和传播方向两两垂直。
- (4) 载有交变电流的天线会发出电磁波的辐射。
- (5) 电磁波在任何介质中传播的相速度不能超过光速。

2. 填空题。共 5 小题, 每小题 3 分。

- (1) 真空中电磁场的能量密度 w 和能流密度 S 的表达式分别是_____和_____。
- (2) 空间布满两种均匀介质, 其界面是一无穷大平面。上面介质的电容率是 ϵ_1 , 垂直于交界面向上的电场强度是 E_{1n} ; 下面介质电容率是 ϵ_2 , 垂直于交界面向上的电场强度是 E_{2n} 。交界面上的自由电荷面密度 σ_f 是_____, 束缚电荷面密度 σ_p 是_____。
- (3) 空间布满均匀介质, 其电容率为 ϵ 。介质中有两个静止的相距为 r 的点电荷 Q_1 和 Q_2 。 Q_2 受到的力的大小为_____。
- (4) $x-y$ 平面上有一半径为 r 的载有电流 I 的线圈, 线圈中心 O 上方有一点 A 。已知 OA 垂直于 $x-y$ 平面, OA 长度为 d , 则 A 点的磁感应强度 B 的大小为_____。
- (5) 电偶极矩随时间做简谐振动, $p = p_0 \sin(\omega t)$, p_0 是常矢量。求远处的辐射总功率 P 为_____。

3. 问答和计算题。

(1) 试写出真空中麦克斯韦方程组的微分形式 (10分)。

(2) 已知空间的电场分布为 $E_y = E_z = 0$,

$$E_x = ax, \text{ 当 } |x| \leq \frac{E_0}{a} \text{ 时}$$

$$E_x = E_0, \text{ 当 } x > \frac{E_0}{a} \text{ 时}$$

$$E_x = -E_0, \text{ 当 } x < -\frac{E_0}{a} \text{ 时}$$

(a 和 E_0 是正的常数)。求空间的电荷密度分布 (10分)。

(3) 试用麦克斯韦方程组推导电荷守恒定律的微分形式

$$\nabla \cdot \mathbf{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \text{ (10分)}。$$

4. 如图所示, 无穷大导体平面上有一半径为 R 的导体半球凹面。导体的电势为 φ_0 , 导体上面是真空。已知导体平面上距离半球凹面足够远的地方的电荷面密度趋近于 σ_0 。试求:

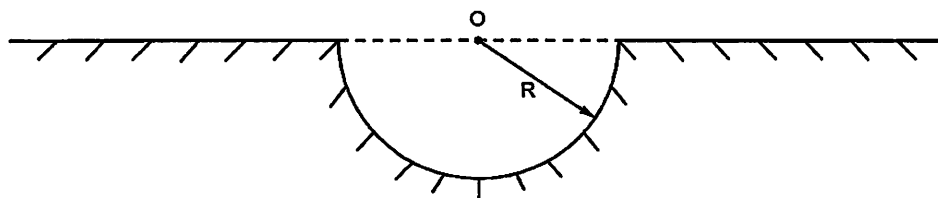
(1) 导体上面的电势 (10分)。

(2) 半球凹面上的总电荷 (10分)。

(3) 半球凹面上电荷所受的力 (10分)。

提示: 拉普拉斯方程的轴对称通解为

$$\varphi(r, \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} \left(a_n r^n + \frac{b_n}{r^{n+1}} \right) P_n(\cos \theta), \quad P_n(x) = \frac{1}{2^n n!} \frac{d^n}{dx^n} (x^2 - 1)^n。$$



5. 矩形波导管的管壁是理想导体, 管的长为 a 宽为 b 。管内沿 z 方向(管的轴线方向)传播的电磁波满足

$$E_x = A_1 \cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right) e^{i(k_z z - \omega t)},$$

$$E_y = A_2 \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right) e^{i(k_z z - \omega t)}$$

$$E_z = A_3 \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right) e^{i(k_z z - \omega t)},$$

A_1, A_2, A_3 是未知常数。对 TE_{10} 波 ($m=1, n=0$), 已知其横向磁场为

$$H_x = -\frac{ik_z a}{\pi} H_0 \sin\left(\frac{\pi}{a}x\right) e^{i(k_z z - \omega t)}.$$

(1) 求 TE_{10} 波电磁场的其它分量 (写出推导过程) (10分)。

(2) 求 TE_{10} 波沿 z 方向传播的平均功率 P (10分)。

(3) 求 TE_{10} 波沿 z 方向的相速度和群速度, 以及相速度和群速度之间的关系 (10分)。

6. 已知电场和磁场在洛伦兹变换下的变换规则为

$$E'_{\parallel} = E_{\parallel}, \quad B'_{\parallel} = B_{\parallel}$$

$$E'_{\perp} = \gamma(E + v \times B)_{\perp}, \quad B'_{\perp} = \gamma\left(B - \frac{v}{c^2} \times E\right)_{\perp}$$

其中 $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ 。

(1) 证明在任何惯性系中点电荷 Q 产生的电场都不为零 (10分)。

(2) 指出下面哪些物理量在洛伦兹变换下不变 (10分)。

$$E \cdot E, \quad B \cdot B, \quad E \cdot B, \quad E \cdot E + c^2 B \cdot B, \quad E \cdot E - c^2 B \cdot B$$

(3) 证明第二问中的洛伦兹不变量在洛伦兹变换下不变 (10分)。