中　山　大　学

2019年攻读硕士学位研究生入学考试试题

科目代码：682

科目名称：数学分析(A)

考试时间：2018年12月23日　上午

考生须知

全部答案一律写在答题纸上，答在试题纸上的不计分！答题要写清题号，不必抄题。

1. (20分) 求下列极限：

(1.1) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x-\sin x}{x(1-\cos x)}$　　(1.2) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sin\dfrac{1}{n}\right)\sum\limits_{k=1}^{n}\dfrac{n^2}{n^2+k^2}$

2. (20分) 求下列积分：

(2.1) $\int e^{-x}\sin(2x)dx$　　(2.2) $\int_{-1}^{1}\dfrac{x}{x^2-x+1}dx$

3. (15分) 求幂级数$\sum\limits_{n=0}^{\infty}\dfrac{\ln(n+1)}{n+1}(x-1)^n$的收敛半径和收敛域。

4. (10分) 设$|x|<1$，求级数$\sum\limits_{n=0}^{\infty}nx^{2n-1}$的和。

5. (10分) 设函数f在实数轴$\mathbf{R}$上连续，且$\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=a$，$\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=b$，$a<b$. 求证：存在$\xi\in\mathbf{R}$使得$f(\xi)=\dfrac{a+b}{2}$.

6. (10分) 设函数f在实数轴$\mathbf{R}$上连续，且$\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$，$\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$皆存在且有限。求证：函数$f$在实数轴$\mathbf{R}$上一致连续。

7. (10分) 求证：函数$f(x)=x^2+\sin x-2$在区间$[0,\dfrac{\pi}{2}]$有且仅有一个零点。

8. (15分) 判断级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{x+n}$在$x>0$的一致收敛性。

9. (15分) 求函数$\ln(1+x)$和$\ln^2(1+x)$在原点的 Taylor 级数展开，并求级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(1+\dfrac{1}{2}+\cdots+\dfrac{1}{n}\right)\dfrac{(-1)^{n+1}}{n+1}$的和。

10. (15分) 利用 Green 公式计算第二型曲线积分$\oint_L\dfrac{(x+y)dx+(y-x)dy}{\sin(x^2+y^2)}$，其中 L 是圆$x^2+y^2=1$，方向是逆时针。

11. (10分) 计算第二型曲面积分$\iint_S xdydz+ydzdx+zdxdy$，其中 S 是柱面$x^2+y^2=4x$与平面$z=0,z=4$所围封闭几何体的外侧。