机密★启用前

重 庆 邮 电 大 学

2021 年攻读硕士学位研究生入学考试试题

科目名称： 电磁学与电动力学（A）卷

科目代码： 813

考生注意事项

1、 答题前，考生必须在答题纸指定位置上填写考生姓名、报考单位和考生编号。
2、 所有答案必须写在答题纸上，写在其他地方无效
3、 填（书）写必须使用黑色字迹钢笔、圆珠笔或签字笔。
4、 考试结束，将答题纸和试题一并装入试卷袋中交回。
5、 本试题满分 150 分，考试时间 3 小时。

1、(15 分)真空中两互相平行的无限大均匀带电平面(距离为 d)，其中一块的面电荷密度为$+\sigma$，另一块的面电荷密度为$+2\sigma$，计算两板间的电场强度大小和电势差。

2、（15分）点电荷 q 位于一边长为 a 的正四面体中心，(1)求在该点电荷电场中穿过正四面体一个面的电通量；(2) 如果该场源点电荷位置不变，但正四面体边长变为原来的2倍，求通过新正四面体一个面的电通量。

3、(15 分）一个半径为 R 的不带电金属球外放置一点电荷+q，点电荷离金属球球心距离为 r ，(1)求金属球球心处的场强和电势；(2)若将金属球接地，求球心处的场强、电势，金属球表面上的净电荷。

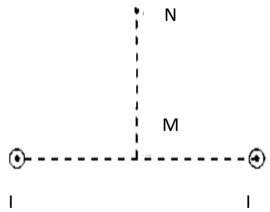
4、(15 分）在半径为 R 金属球的外部充两层均匀电介质，其相对电容率分别为 ε_{r1} 和 ε_{r2}，外半径分别为 R_1 和 R_2。设金属球带有电荷 Q，求电介质中电位移和场强分布。求 $r=R$ 和 $r=R_2$ 球面之间的电势差。

5、(15 分）两个电容器的电容关系为 $C_1=2C_2$，若将它们串联后接入电路，求电容器 1 与电容器 2 储存电场能量的比值；若将它们并联后接入电路，求电容器 1 与电容器 2 储存电场能量的比值。

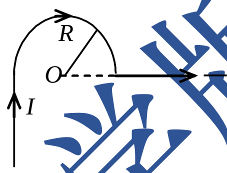
6、(15 分）沿轴线方向的电流 I 均匀分布在半径为 R 的无限长圆柱面上，在圆柱面外充满磁导率为 μ 的磁介质。求圆柱面内外的磁感应强度和磁场强度分布。

7、(15 分）在竖直放置的无限长载流直导线右侧放置一个边长为 d 的正方形导体框，导体框与导线共面，导体框左侧与导线相距为 d，均通有电流 I，(1)求导体框所受合力；(2)求载流直导线磁场通过导体框的磁通量。

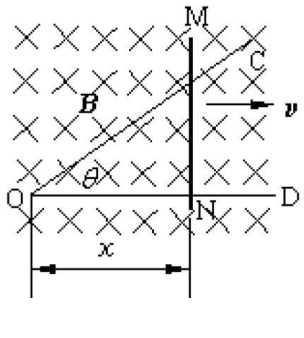
8、（15 分）如下图所示，相距为 2d 的两根长直导线互相平行地放置，导线内电流大小相等，均为 I，方向相同，M 为两直导线的中点，MN 垂直于两导线所在平面，M 与 N 相距为 d，求图中 M、N 两点的磁感强度的大小和方向。



9、（15 分）将通有电流 I 的无限长导线折成如右下图形状，已知半圆环的半径为 R．求圆心 O 点的磁感强度的大小和方向。



10、（10 分）如下图所示，有一弯成 θ 角的金属架 COD，一导体 MN（MN 垂直于 OD）以恒定速度 V 在金属架上滑动，设 V 垂直 MN 向右，已知均匀磁场的方向垂直图面向里，且 B 不随时间改变。设 t=0 时，x=0。求：在任意时刻 t，框架中的感应电动势的大小和方向。



11、（5 分）写出麦克斯韦方程组的微分形式并解释其物理意义。

机密★启用前

重 庆 邮 电 大 学

2021 年攻读硕士学位研究生入学考试试题

科目名称： 概率论与线性代数 （A） 卷

科目代码： 814

考生注意事项

1、 答题前，考生必须在答题纸指定位置上填写考生姓名、报考单位和考生编号。
2、 所有答案必须写在答题纸上，写在其他地方无效
3、 填（书）写必须使用黑色字迹钢笔、圆珠笔或签字笔。
4、 考试结束，将答题纸和试题一并装入试卷袋中交回。
5、 本试题满分 150 分，考试时间 3 小时。

一、单项选择题（本大题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分）

1.当 $k \neq$ (　　　) 时，方程组 $\begin{cases} kx+z=0 \\ 2x+ky+z=0 \\ kx-2y+z=0 \end{cases}$ 只有零解.

(A) -2　　　　(B) -1　　　　(C) 0　　　　(D) 2

2.设非齐次线性方程组 $Ax=b$ 的系数矩阵 A 是 4×5 矩阵，且 A 的行向量组线性无关，则有（　　　）.

(A) A 的列向量组线性无关　　　　(B) 增广矩阵 B 的行向量组线性无关

(C) 增广矩阵 B 的任意 4 个列向量组线性无关

(D) 增广矩阵 B 的列向量组线性无关

3. 设两个 n 阶矩阵 A 与 B 有相同的特征多项式，则（　　　）.

(A) A 与 B 相似　　　　(B) A 与 B 合同

(C) A 与 B 等价　　　　(D) 以上三条均不成立

4.设二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=2x_1^2+3x_2^2+3x_3^2+4x_2x_3$，则（　　）.

(A) f 是正定的　(B) f 是负定的　(C) f 的秩为 1　　(D) f 的秩为 2

5. 矩阵(　　　)是二次型 $g(x_1,x_2)=x_1^2+3x_2^2+6x_2x_1$ 的矩阵.

(A) $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$　　　(B) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$

(C) $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$　　　(D) $\begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$

6. 若向量组基 α,β,γ 线性无关，则向量组 $\alpha+\beta,\beta+\gamma,\gamma+\alpha$（　）.

(A) 线性相关　　(B) 线性无关　　(C) 任意　　(D) 无法判断

7. n 阶方阵 A 与某对角矩阵相似，则（　　　）

(A) 方阵 A 的秩等于 n　　　　(B) 方阵 A 有 n 个不同特征值

(C) 方阵 A 一定是对称矩阵　　　(D) 方阵 A 有 n 个线性无关的特征向量

8. 10 箱产品中有 8 箱次品率为 0.1，2 箱次品率为 0.2，从这批产品中任取一件为次品的概率是（　　）.

(A) 0.1+0.2　　　　(B) 0.8×0.1+0.2× 0.2

(C) $\dfrac{0.1+0.2}{2}$　　　　(D) 0.1+0.2-0.1× 0.2

9. 设 $X\sim N(-3,1)$, $Y\sim N(2,1)$ 是两个相互独立的随机变量，令 $Z=X-2Y+7$，则 $Z\sim$ (　　).

(A) $N(0,5)$　(B) $N(0,3)$　(C) $N(0,46)$　(D) $N(0,54)$

10. 设总体 X 服从分布 $P\{X=k\}=\dfrac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda}$, $k=0,1,2,\ldots$. $X_1,X_2,\ldots,X_n$ 为样本，$\overline{X}$ 为样本均值，则以下结论中错误的是（　）.

(A) $\overline{X}$ 为参数 λ 的矩法估计量

(B) $\dfrac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2$ 为参数 λ 的矩法估计量

(C) $\overline{X}$ 为参数 λ 的极大似然估计量

(D) $\dfrac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2$ 为参数 λ 的极大似然估计量

二、填空题（本大题 5 小题，每小题 4 分，共 20 分）

11. $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$ 等于____________.

12. 设向量空间 $W=\{(x_1, 2x_2, 3x_1) \mid x_1, x_2 \in R\}$，则 W 的维数等于__________.

13. 设 $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{6} \end{pmatrix}$，则 $|A^{-1}|$ 等于__________.

14. 设随机变量 X 的概率密度函数为 $f(x)=\begin{cases} \dfrac{A}{\sqrt{1-x^2}}, & |x|<1 \\ 0, & |x|\geq 1 \end{cases}$，

则常数 A 等于________.

15. 若 (X, Y) 的联合分布律为

X \ Y X	1	2	3
0	0.1	0.2	0.1
1	0.2	0.1	0.3

则在 $Y\neq 1$ 时关于 X 的条件分布律为__________.

三、解答题（本大题 9 小题，每小题 10 分，共 90 分）

16. 求 $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 3 & -2 & 3 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ 的逆矩阵.

17. 设向量组 $a_1=(6, 4, 1, -1, 2)$, $a_2=(1, 0, 2, 3, -4)$，$a_3=(1, 4, -9, -16, 22)$, $a_4=(7, 1, 0, -1, 3)$，求此向量组的秩及一个最大线性无关组.

18. 设矩阵 A 满足 $A^2=E$，证明 $3E-A$ 可逆.

19. 已知三阶矩阵 A 的特征值 λ 为 1，-1，2，设矩阵 $B=A^3-5A^2$，求矩阵 B 的特征值及其相似矩阵.

20. 已知线性方程组 $\begin{cases} 3ax+(2a+1)y+(a+1)z=a \\ (2a-1)x+(2a-1)y+(a-2)z=a+1 \\ (4a-1)x+3ay+2az=1 \end{cases}$，试求 a 的值，使方程组分别有唯一解，无穷多个解，无解，当有唯一解时，求出其解.

21. 设随机变量 Y 的分布律为

Y	-2	0	1
p	0.3	0.4	0.3

求 $E(4Y^2+6)$.

22. 已知 (X,Y) 的概率密度函数为 $f(x,y)=\begin{cases} 3x, & 0<x<1, 0<y<x \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$，求其边缘概率密度函数.

23. 为确定某种溶液中的甲醛浓度，取样 9 个独立测定值的平均值 $\bar{x}=7.34\%$，样本标准差为 $s=0.04\%$，设被测总体近似服从正态分布，求总体均值 μ 的 90%的置信区间. (注：$t_{0.1}(8)=1.3968$，$t_{0.05}(8)=1.8595$，$t_{0.05}(9)=1.8331$)

24. 要求一种元件的平均寿命不得低于 1000 小时，生产者从一批元件中随机抽取 25 件，测得其平均寿命为 950 小时，已知该元件寿命服从标准差为 $\sigma=100$ 小时的正态分布，在显著性水平 $\alpha=0.05$ 下确定这批元件是否合格？

(注：$Z_{0.05}=1.645$，$Z_{0.025}=1.96$)

机密★启用前

重 庆 邮 电 大 学

2021 年攻读硕士学位研究生入学考试试题

科目名称： 高等代数 （A）卷

科目代码： 822

考生注意事项

1、 答题前，考生必须在答题纸指定位置上填写考生姓名、报考单位和考生编号。
2、 所有答案必须写在答题纸上，写在其他地方无效
3、 填（书）写必须使用黑色字迹钢笔、圆珠笔或签字笔。
4、 考试结束，将答题纸和试题一并装入试卷袋中交回。
5、 本试题满分 150 分，考试时间 3 小时。

一、填空题（共5小题，每小题6分，共30分）

1、设 $f(x)=x^4+x^2+ax+b$，$g(x)=x^2+x-2$，若

$(f(x),g(x))=g(x)$，则 $a=$________，$b=$__________。

2、如果一个线性方程组的系数矩阵的秩为 r，那么它的增广矩阵的秩为__________或__________。

3、设 A^* 为 n 阶方阵 A 的伴随矩阵且 $|A|=2$，则 $\left||A^*|A\right|=$ ____。

4、设 V 是 R 上全体 5 阶实反对称矩阵组成的线性空间，则

$\dim V=$__________。

5、设 R^3 上的线性变换 σ 为 $\sigma(\alpha)=A\alpha$，其中

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 5 & -4 \\ -1 & -4 & 5 \end{pmatrix},$$

则 σ 的秩为__________，σ 的零度(σ 的核空间维数)为

_________。

二、（共18分）计算 n 阶行列式

$$\begin{vmatrix} a+x_1 & a+x_2 & \cdots & a+x_n \\ a^2+x_1^2 & a^2+x_2^2 & \cdots & a^2+x_n^2 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a^n+x_1^n & a^n+x_2^n & \cdots & a^n+x_n^n \end{vmatrix}.$$

三、（共18分）设3阶实对称矩阵 A 的三个特征值分别是 2，

2，8，属于特征值 8 的一个特征向量是 $(1,1,1)^T$，求矩阵 A。

四、(共 18 分) 设线性方程组

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 1, \\ 2x_1 + (a+3)x_2 - 3x_3 = 3, \\ -2x_1 + (a-1)x_2 + bx_3 = a-1, \end{cases}$$

当 a,b 为何值时，方程组无解、有唯一解、有无穷多解？并在有无穷多解时求解。

五、(共 15 分) 设 A,B,C,D 都是 n 阶矩阵，且 $|A| \neq 0, AC = CA$.

（1）证明：$\begin{vmatrix} A & B \\ C & D \end{vmatrix} = |AD - CB|$。

（2）请找出满足题目条件的二阶矩阵 A,B,C,D，验证结论。

六、(共 18 分) 利用正交变换将二次曲面

$$11x^2 + 11y^2 + 14z^2 - 2xy - 8xz - 8yz - 6 = 0$$

的方程化为标准形，并说明它是什么曲面。

七、(共 18 分) 设 σ 是 R^3 的一个变换

$\sigma(x,y,z) = (x+y+z, 2x-y+z, y-z)$.

(1) 证明：σ 是 R^3 的线性变换；

(2) 求出 σ 在基 $e_1 = (1,0,0)$，$e_2 = (0,1,0)$ $e_3 = (0,0,1)$ 下的矩阵；

(3) 求出σ在基$\alpha_1=(1,1,1)$，$\alpha_2=(1,-1,2)$，$\alpha_3=(0,1,1)$下的矩阵；

(4) 求出从基α_1，α_2，α_3到基e_1，e_2，e_3的过渡矩阵。

八、(共 15 分) 在$R^{2\times 2}$中定义内积

$$(A,B)=Tr(B^TA).$$

(1) 证明：

$$E_{11}=\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\ E_{12}=\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},$$

$$E_{21}=\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\ E_{22}=\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}$$

是$R^{2\times 2}$的标准正交基；

(2) 求向量$A=\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}$的长度。

机密★启用前

重 庆 邮 电 大 学

2021 年攻读硕士学位研究生入学考试试题

科目名称： 高等数学（A）卷

科目代码： 601

考生注意事项

1、答题前，考生必须在答题纸指定位置上填写考生姓名、报考单位和考生编号。

2、所有答案必须写在答题纸上，写在其他地方无效。

3、填（书）写必须使用黑色字迹钢笔、圆珠笔或签字笔。

4、考试结束，将答题纸和试题一并装入试卷袋中交回。

5、本试题满分 150 分，考试时间 3 小时。

一．单项选择题(本题共 8 个小题，每小题 4 分，共 32 分)

1. 当 $x\to 0$ 时，若 $x-\tan x$ 与 x^k 是同阶无穷小，则 $k=$(　　).

(A) 1；　(B) 2；　(C) 3；　(D) 4.

2.设函数 $f(x)=\begin{cases} x|x|, x\le 0 \\ x\ln x,\ x>0 \end{cases}$，则 $x=0$ 是 $f(x)$ 的(　　).

(A) 可导点，极值点；　　(B) 不可导点，极值点；
(C) 可导点，非极值点；　　(D) 可导点，非极值点.

3. 设函数 $f(x)=\dfrac{e^{\frac{1}{x}}-1}{e^{\frac{1}{x}}+1}$，则 $x=0$ 是 $f(x)$ 的(　　).

(A) 可去间断点；　　(B) 跳跃间断点；
(C) 第二类间断点；　　(D) 连续点.

4. 设在 $[0,1]$ 上 $f''(x)>0$，则 $f'(0), f'(1), f(1)-f(0)$ 的大小顺序为(　　).

(A) $f'(1)>f(1)-f(0)>f'(0)$；　(B) $f'(1)>f'(0)>f(1)-f(0)$；

(C) $f(1)-f(0)>f'(1)>f'(0)$；　(D) $f(1)-f(0)>f'(0)>f'(1)$.

5. 设区域 $D=\{(x,y)\mid -a\le x\le a, x\le y\le a\}$，$D_1$ 为区域 D 在第一象限的部分，则 $\iint\limits_D (xy+\cos x\sin y)\,dxdy=$(　　).

(A) $2\iint\limits_{D_1}\cos x\sin y\,dxdy$；　　(B) $2\iint\limits_{D_1} xy\,dxdy$；

(C) $\iint\limits_{D_1}(xy+\cos x\sin y)\,dxdy$；　　(D) 0.

6. 下列级数中发散的是(　　).

(A) $\sum\limits_{n=1}^{+\infty}\dfrac{n+1}{n(n+2)}$；　　(B) $\sum\limits_{n=1}^{+\infty}2^n\sin\frac{\pi}{3^n}$；

(C) $\sum\limits_{n=1}^{+\infty}(-1)^{n+1}\dfrac{1}{\sqrt{n}}$；　　(D) $\sum\limits_{n=1}^{+\infty}\left(\dfrac{n}{2n+1}\right)^n$.

7. 设 y_1, y_2, y_3 是二阶微分方程 $y'' + p(x)y' + q(x)y = f(x)$ 的三个线性无关的解，则该微分方程的通解为(　　).

(A)　$c_1y_1 + c_2y_2 + y_3$（其中 c_1, c_2 为任意常数）;

(B)　$c_1(y_1 + y_2) + c_2(y_1 + y_3) + y_3$（其中 c_1, c_2 为任意常数）;

(C)　$c_1(y_1 - y_2) + c_2(y_1 - y_3) + y_3$（其中 c_1, c_2 为任意常数）;

(D)　$c_1(y_1 - y_2) + c_2(y_1 + y_3) + y_3$（其中 c_1, c_2 为任意常数）.

8. 设曲面 Σ 是上半球面 $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$，$z \geq 0$，曲面 Σ_1 是曲面 Σ 在第一卦限的部分，则有(　　).

(A) $\iint\limits_{\Sigma} x dS = 4\iint\limits_{\Sigma_1} x dS$;　　(B) $\iint\limits_{\Sigma} y dS = 4\iint\limits_{\Sigma_1} x dS$;

(C) $\iint\limits_{\Sigma} z dS = 4\iint\limits_{\Sigma_1} x dS$;　　(D) $\iint\limits_{\Sigma} xyz dS = 4\iint\limits_{\Sigma_1} xyz dS$.

二．填空题(本题共 6 个小题，每小题 4 分，共 24 分)

9. 设 $\vec{a} = (2, 1, 2)$，$\vec{b} = (4, -1, 10)$，$\vec{c} = \vec{b} - \lambda\vec{a}$ 且 $\vec{c} \perp \vec{a}$，则 $\lambda =$ __________.

10. 已知函数 $f'(1) = 2$，则极限 $\lim\limits_{h \to 0} \frac{f(1 + 2020h) - f(1)}{h} =$ __________.

11. 积分 $\int \frac{1}{e^x + e^{-x}} dx =$ __________.

12. 积分 $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (\frac{\sin^7 x}{1 + x^2} + \sin^6 x) dx =$ __________.

13. 将二次积分 $I = \int_0^1 dx \int_0^{x^2} f(\sqrt{x^2 + y^2}) dy$ 化为极坐标系下的二次积

分形式I=_____________.

14. 函数 $f(x,y,z)=xy^2+z^2-xyz$ 在点 $M_0(1,1,2)$ 处沿点 M_0 到 $M_1(3,3,2)$ 的方向导数为_______________.

三. **解答题(本题共 7 个小题，每小题 10 分，共 70 分)**

15. 计算 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{(1+x)^{\frac{1}{x}}-e}{x}$.

16. 求幂级数 $\sum\limits_{n=1}^{+\infty}\dfrac{(x-2)^n}{n\bullet 2^n}$ 的收敛域与和函数.

17. 设 $W=xf(x,xy)$，其中 $f(u,v)$ 具有二阶连续偏导数，求 $\dfrac{\partial W}{\partial x},\dfrac{\partial^2 W}{\partial x\partial y}$.

18. 已知 $z=z(x,y)$ 由方程 $F(x^2-y^2,y^2-z^2)=0$ 所确定的，且 $F(u,v)$ 可微. 证明：$yz\dfrac{\partial z}{\partial x}+zx\dfrac{\partial z}{\partial y}=xy$.

19. 计算二重积分 $I=\iint\limits_D y\cos(x+y)\,dxdy$，其中 D 是顶点为 $(0,0)$、$(0,\pi)$、(π,π) 的三角形闭区域.

20. 设 $f(x)$ 是二阶可导函数，$f(0)=0$，$f'(0)=1$，且曲线积分 $I=\int_{\widehat{AB}}[f'(x)+2f(x)+2e^x]dx+f'(x)dy$ 与路径无关.

(1) 求 $f(x)$.

(2) 当 $A(0,0),B(1,1)$ 时，计算上述积分 I.

21. 计算曲面积分 $I=\iint_{\Sigma}(x+y^2)dydz+(y+z^2)dzdx+(z^2+x^2)dxdy$，

其中 Σ 是上半球面 $z=\sqrt{1-x^2-y^2}$ 的上侧.

四．综合应用题(本题共 2 个小题，每小题 12 分，共 24 分)

22. 形状为椭球 $4x^2+2y^2+4z^2\le 16$ 的空间探测器进入地球大气层，其表面开始受热，1 小时后在探测器表面 (x,y,z) 处的温度 $T(x,y,z)=8x^2+4yz-16z+580$，求该探测器表面的最热点.

23. 设 $\varphi(x)$ 是二阶可导函数，且满足 $\varphi(x)=e^x+\int_0^x\varphi(t)\,tdt-x\int_0^x\varphi(t)dt$，求 $\varphi(x)$.

机密★启用前

重 庆 邮 电 大 学

2021 年攻读硕士学位研究生入学考试试题

科目名称： 力学与理论力学（A）卷

科目代码： 610

考生注意事项

1、答题前，考生必须在答题纸指定位置上填写考生姓名、报考单位和考生编号。
2、所有答案必须写在答题纸上，写在其他地方无效。
3、填（书）写必须使用黑色字迹钢笔、圆珠笔或签字笔。
4、考试结束，将答题纸和试题一并装入试卷袋中交回。
5、本试题满分 150 分，考试时间 3 小时。

1.（本题 20 分）质量为 m 的质点在 xoy 平面内运动，已知其运动方程为 $x = a\sin(\omega t)$（SI），$y = b\cos(\omega t)$（SI），其中 a、b、ω 为正的常量。求：

（1）质点的轨迹方程；

（2）质点在任意时刻的速度；

（3）质点在任意时刻的加速度；

（4）质点在任意时刻受到的切向力和法向力。

2.（本题 20 分）一质点做半径为 R 的圆周运动，其角速度随时间的变化关系为 $\omega = 12\,t^2$（SI）。求：

（1）质点在任意时刻的角加速度大小；

（2）质点在任意时刻的法向加速度的大小与切向加速度的大小；

（3）质点在任意时刻的加速度大小。

3.（本题 15 分）质量为 m 的物体，在力 $\vec{F} = t\,\vec{i} + 5t^2\,\vec{j}$ 的作用下，由静止开始运动。其中 $\vec{i}$ 和 $\vec{j}$ 分别为 x、y 轴的单位矢量。求：

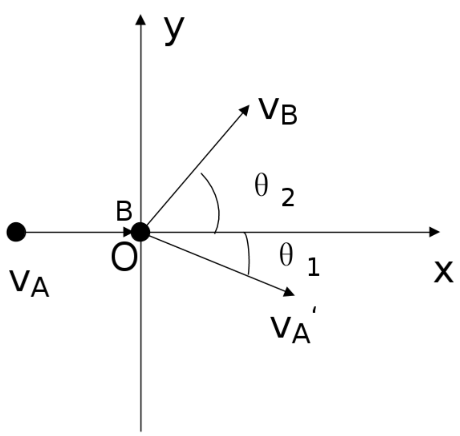
（1）质点在任意时刻的动量；

（2）从 t=0 到 t=2 秒的时间内，质点受到的冲量。

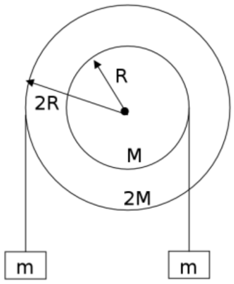
4.（本题 15 分）如图所示，质量为 m_A、速率为 v_A 的粒子 A 与另一个质量为 $\frac{1}{2}m_A$ 静止的粒子 B 发生二维完全弹性碰撞。若碰撞后粒子 A 的速率变为 v_A'，求：

（1）粒子 B 的速率；

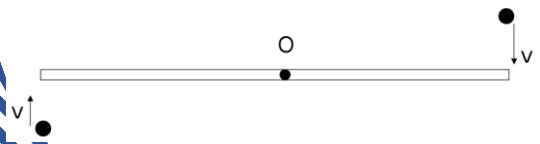
（2）θ_2 角的大小。



5.（本题 10 分）如图所示，质量分别为 M 和 2M、半径分别为 R 和 2R 的两个均匀圆盘，同轴地粘在一起，可以绕通过盘心且垂直盘面的水平光滑固定轴转动。若大、小圆盘的边缘各绕有绳子，且绳子下端都挂一质量为 m 的重物。求：盘的角加速度的大小。



6.（本题 10 分）如图所示，光滑的水平桌面上，有一长为 L、质量为 M 的匀质细杆，可绕过其中点且垂直于杆的竖直光滑固定轴 O 自由转动。起初杆静止，桌面上有两个质量均为 m 的小球，各自在垂直于杆的方向上，正对着杆的一端以相同速率 v 相向运动。当两小球同时与杆的两个端点发生完全非弹性碰撞后，与杆粘在一起转动，求：这一系统碰撞后的转动角速度。



7.（本题 15 分）一物体作简谐振动，其速度最大值为 1.5×10^{-3} m/s，其振幅为 10^{-3} m。若 t = 0 时，物体位于平衡位置且向 x 轴的正方向运动。求：

（1）振动周期；

（2）加速度的最大值；

（3）振动方程表达式。

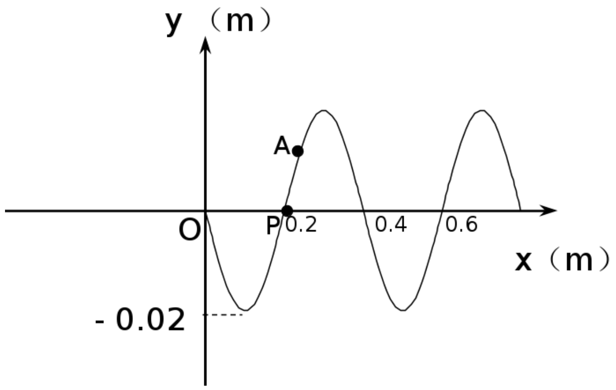
8.（本题 10 分）如图所示，为一列平面简谐横波在 t = 0 时刻的波形图，已知此时 A 处质元弹性势能在增大，波速大小为 0.08

m/s，求：

（1）该列波的传播方向；

（2）该波的波函数；

（3）P 处质点的振动方程。



9.（本题 10 分）一列入射波的表达式为 $y = 0.15\cos(200\pi t+0.4\pi x)$（SI），且在 x = 0 处发生反射。若反射点为固定端，求：

（1）反射波的波函数；

（2）形成的驻波表达式；

（3）相邻波节之间的距离。

10.（本题 10 分）一列火车以 40 m/s 的速度行驶，已知火车汽笛的频率为 500 Hz，且空气中声速为 340 m/s，求：

（1）一静止观测者在火车前听到的声音频率；

（2）一静止观测者在火车后听到的声音频率。

11.（本题 10 分）一匀质正方形薄板，在它静止时测得其边长为 a，质量为 m_0。假定该薄板沿某一边长方向以接近光速的速度 v 作匀速直线运动，求此时该正方形薄板的质量密度。

12.（本题 5 分）试由哈密顿原理导出哈密顿正则方程。

机密★启用前

重 庆 邮 电 大 学

2021 年攻读硕士学位研究生入学考试试题

科目名称： 数学分析 （A）卷

科目代码： 602

考生注意事项

1、 答题前，考生必须在答题纸指定位置上填写考生姓名、报考单位和考生编号。

2、 所有答案必须写在答题纸上，写在其他地方无效

3、 填（书）写必须使用黑色字迹钢笔、圆珠笔或签字笔。

4、 考试结束，将答题纸和试题一并装入试卷袋中交回。

5、 本试题满分 150 分，考试时间 3 小时。

一、解答下列各题（本大题含 8 个小题，每小题 8 分，共 64 分）

1. 计算极限

$$\lim_{x\to 0}\frac{xe^{x}-\ln(1+x)}{x^{2}}$$

2. 对任意自然数 n，存在 $M>0$，使得如下不等式成立

$$A_n=|a_2-a_1|+|a_3-a_2|+\dots+|a_n-a_{n-1}|\le M,$$

证明：数列 $\{a_n\}$ 与数列 $\{A_n\}$ 都收敛。

3. 设 $f(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 上连续，且 $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=A$，$A$ 为常数，证明：

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{1}{x}\int_0^x f(t)\,dt=A$$

4. 计算不定积分

$$\int\frac{dx}{x\sqrt{x^2+}}$$

5. 求幂级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(n+1)x^n$ 的和函数。

6. 设 $F(t)=\iiint\limits_V f(x^2+y^2+z^2)\,dxdxdz$，其中

V: $x^2+y^2+z^2\le t$，且 f 是可微函数，

求 $F'(t)$。

7. 证明：$\sum_{n=1}^{\infty}\arctan\frac{2x}{x^2+n}$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上一致收敛。

8. 设 z 为 x，y 的可微函数，将方程

$$x^2\frac{\partial z}{\partial x}+y^2\frac{\partial z}{\partial y}=z^2$$

变换成 $\omega=\omega(u,v)$ 的方程，其中

$$x=u,\quad y=\frac{u}{1+uv},\quad z=\frac{u}{1+}$$

二、（14 分）设函数 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上连续，在 (a,b) 内可导

$(0\le a<b), f(a)\neq f(b$，证明：$\exists\xi,\eta\in(a,b)$，使得

$$f'(\xi)=\frac{a+b}{2\eta}f'(\eta)$$

三、（14 分）设 $f(x)$，$F(x)$ 在 $[a,b]$ 上连续，且 $a<x<b$

时，$F'(x)=f(x)$，利用定积分定义证明 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上可积，且

$$\int_a^b f(x)\,dx=F(b)-F(a)$$

四、（14 分）证明：若函数 $f(x)$ 在 (a,b) 内有连续导数 $f'(x)$，且

$$f_n(x)=n[f(x+\frac{1}{n})-f(x)]$$

则函数列 $\{f_n(x)\}$ 在 $[\alpha,\beta]\subset(a,b)$ 上一致收敛于函数 $f'(x)$。

五、（14 分）用区间套定理证明确界原理。

六、（14 分）应用积分号下可积分，求无穷积分

$$I=\int_0^{+\infty}\frac{e^{-ax}+e^{-bx}}{x}\sin x dx,\ a>0, b>0$$

七、（本题共 16 分）

1. （8 分）设 $f(x)$ 连续，证明

$$\int_0^{2\pi}d\theta\int_0^{\pi}f(a\sin\varphi\cos\theta+b\sin\varphi\sin\theta+c\cos\varphi)\sin\varphi d\varphi$$

$$=2\pi\int_{-1}^{1}f(kz)dz,$$

其中，$k=\sqrt{a^2+b^2+c^2}$；

2. （8 分）利用上述结论证明：

$$\left|\iint_S f(mx+ny+pz)dS\right|\le 2\pi M$$

其中，$m^2+n^2+p^2=1$，m, n, p 为常数，$f(t)$ 在 $|t|\le 1$ 时为连续可微函数，$f(-1)=f(1)=0, M=\max_{-1\le t\le 1}\{|f'(t)|\}$，$S$ 表示中心在原点、半径为 1 的球面。