浙江工商大学2019年全国硕士研究生入学考试试卷（A）卷

考试科目：813概率论与数理统计　　　总分：（150分）考试时间：3小时

1.（20分）独立射击，每次射中的概率为 p，X 为第二次射中时的射击次数。

（1）求 X 的分布律。

（2）求 EX。

2.（15分）已知 $X_n \xrightarrow{P} A$，求证 $X_n^2 \xrightarrow{P} A^2$。

3.（20分）假设总体 $X \sim U(0,1)$，$X_1,\cdots,X_n$ 是来自总体的样本，$X_{(1)},X_{(2)},\cdots,X_{(n)}$ 是对应的次序统计量，求（1）$X_{(1)},X_{(n)}$ 的联合密度函数；（2）$R=X_{(n)}-X_{(1)}$ 的密度函数。

4.（15分）已知 (X,Y) 服从二元正态分布，均值向量是 $(1,2)^T$，协方差矩阵是 $\begin{pmatrix} 1 & -1/8 \\ -1/8 & 4 \end{pmatrix}$，记 $Z=|2X-Y|$。

(1)求 Z 的密度 $f_Z(z)$。

(2)求 $P(Z<3)$。

5.（20分）设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是来自总体 X 的简单随机样本，总体的密度函数为

$$f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma x}\exp\left[-\frac{(\ln x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right], x>0。$$

求(1)参数 μ 和 σ^2 的最大似然估计；(2)参数 μ 和 σ^2 的矩估计。

6.（20分）设总体 X 的密度函数是 $f(x)=\begin{cases} \frac{1}{\theta}e^{-x/\theta} & x>0 \\ 0 & x\le 0 \end{cases}$，$X_1,\cdots,X_n$ 是来自这总体的一个简单随机样本，（1）求样本 $X_1,\cdots,X_n$ 的 Fisher 信息量 $I(\theta)$；（2）证明 $\hat{\theta}=\bar{X}$ 是参数 θ 的无偏估计；（3）问估计量 $\hat{\theta}$ 的方差是否达到 Cramer-Rao 不等式的下界？

7.（20分）设 $X \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ \theta^2 & 2\theta(1-\theta) & (1-\theta)^2 \end{pmatrix}$，作检验 $H_0:\theta=0.1; H_1:\theta=0.9$，抽取三个样本 X_1,X_2,X_3，其拒绝域为 $W=\{X_1=1,X_2=1,X_3=1\}$，求犯第一类错误的概率 α 和犯第二类错误的概率 β。

（答案写在答题纸上，写在试卷上无效）

8.（20 分）测得两批电子器件的样品的电阻（单位是欧姆），每批均测试了 6 个，经计算得：

A 批：$\bar{x}_A = 0.1407, s_A = 0.0028$

B 批：$\bar{x}_B = 0.1385, s_B = 0.0027$

假设这两批器材的电阻值分别服从分布 $N(\mu_1, \sigma_1^2)$，$N(\mu_2, \sigma_2^2)$，且两样本独立，试检验两个总体的均值相等。（已知 $P(F(5,5) > 7.15) = 0.025, P(t(10) < 2.2281) = 0.975$）